

**Test clasa a IX a M.I.,septembrie 2006**

**Nume,prenume**

.....

**Școala absolvită**

.....

**Profesor la clasă în gimnaziu**

.....

**Media(aproximativ)la matematică  
în gimnaziu.....**

1. Determinați câți multipli de 4 sunt în mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 2006\}$ .
2. Determinați care este cel mai mare număr întreg  $m$  pentru care  $\frac{2m+1}{3} > \frac{3m-2}{2}$ .
3. Găsiți perechile  $(x, y)$  de numere întregi care satisfac  $x^2 + y^2 = 2(x + y)$ .
4. Demonstrați că pentru orice numere strict pozitive  $a, b$  este adevărată inegalitatea:  
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$
 În ce caz avem egalitate ?
5. Se consideră funcțiile  $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6 - 3x, g(x) = x^2, h(x) = |2x - 1|$ .
  - a) Reprezentați geometric graficul funcției  $f$  și calculați aria triunghiului determinat de această reprezentare și axele  $Ox, Oy$ ;
  - b) Se spune că o funcție  $f: A \rightarrow B$  este o funcție **slabă** dacă există  $a, b \in A, a \neq b$  pentru care  $f(a) = f(b)$ . Stabiliți care dintre funcțiile date sunt **slabe**.
6. O mulțime  $A$  de numere reale satisface simultan proprietățile:
  - a)  $0 \in A$ ;
  - b)  $x \in A \Rightarrow (3x + 1) \in A$ ;
  - c)  $x^2 \in A \Rightarrow (3x - 1) \in A$ .Arătați că :  $\{2, 4, 11, 3\sqrt{5} - 1\} \subset A$ .
7. Fie  $ABC$  un triunghi oarecare. Arătați că:
  - a) mediatoarele laturilor triunghiului sunt concurente într-un punct, care se notează cu  $M$ ;
  - b) dacă  $N$  este un punct oarecare din interiorul triunghiului  $ABC$  și proiecțiile lui  $N$  pe laturile  $(BC), (CA), (AB)$  sunt  $D, E$ , respectiv  $F$ , iar  
$$\frac{ND + NE}{NF} + \frac{NE + NF}{ND} + \frac{NF + ND}{NE} = 6,$$
 atunci  $N$  este centrul cercului înscris în triunghiul  $ABC$ ;
  - c) dacă punctul  $M$  obținut la a) este centrul cercului înscris în triunghiul  $ABC$ , atunci  $ABC$  este triunghi echilateral.